

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений



УТВЕРЖДАЮ
проректор

« 29 » марта 2024 г. П.А. Машаров

МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЦЕЛЫЕ ФУНКЦИИ

Укрупненная группа направлений подготовки	01.00.00 Математика и механика
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	01.03.01 Математика
Профиль подготовки	Математика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2024

Рабочая программа дисциплины «**Целые функции**» для обучающихся по направлению подготовки 01.03.01 Математика (Профиль подготовки: Математика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2024 года.

Разработчик:
профессор кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений
доктор физ.-мат. наук, профессор



В.В. Волчков

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математического анализа и
дифференциальных уравнений.
Протокол от 26.03.2024 г. № 10

Заведующий кафедрой



В.В. Волчков

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и
информационных технологий
28.03.2024 г.



И.А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.
Протокол от 27.03.2024 г. № 3.
Председатель



Л. И. Селякова

Руководитель основной профессиональной
образовательной программы,
д-р физ.-мат. наук, зав. каф. МАиДУ, проф.
26.03.2024 г.



В.В. Волчков

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объеме программы средней школы;

дисциплины программы бакалавриата: Математический анализ, Комплексный анализ, Функциональный анализ.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Избранные вопросы теории функций, Теория распределений, Гармонический анализ, Интегральные преобразования, Производственная практика: научно-исследовательская работа, Производственная практика: преддипломная практика, Выполнение и защита выпускной квалификационной работы.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы	01.03.01 Математика (Профиль: Математика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.В.ОД.15 Целые функции
Часть образовательной программы	Вариативная часть: выбор вуза
Количество зачетных единиц/ всего часов	4 /144

2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	4	7	26	–	39	79	144	экзамен

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Формирование научного мировоззрения; овладение новым математическим аппаратом; углубление и применение знаний, полученных в общих курсах; подготовка к профессиональной деятельности; подготовка к чтению специальной литературы.

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

4.1. Компетенции

ПК-3. Способен осуществлять преподавание по дополнительным общеобразовательным программам.

4.2. Индикаторы компетенций

ПК-3.4. Применяет современные математические методы и приемы в профессиональной деятельности.

4.3. Результаты обучения

ПК-3.4.1. Знает определения и утверждения, приёмы доказательства утверждений, методы решения задач, связанных с теорией целых функций.

ПК-3.4.2. Умеет выбирать и использовать необходимые математические методы и вычислительные средства, умеет решать задачи дисциплины (находить порядок и тип целой функции, разложение целой функции в бесконечное произведение, доказывать полноту систем функций).

ПК-3.4.3. Владеет методами исследования роста целых функций, методами исследования полноты системы специальных функций, методами факторизации целых функций.

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Порядок и тип целой функции	1.1. Теорема Лиувилля 1.2. Вычисление порядка и типа 1.3. Нули целой функции конечного порядка
Раздел 2. Разложение целой функции в бесконечное произведение	2.1. Бесконечные произведения 2.2. Построение целой функции с заданными нулями 2.3. Факторизация целой функции конечного порядка
Раздел 3. Целые функции экспоненциального типа	3.1. Функции, ассоциированные по Борелю 3.2. Сопряженная диаграмма 3.3. Индикатриса роста
Раздел 4. Применение целых функций к вопросам полноты	4.1. Критерий неполноты 4.2. Теорема Маркушевича 4.3. Приложения

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 4, семестр – 7

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Порядок и тип целой функции	6		9	15	30
Теорема Лиувилля	1		2	4	7
Вычисление порядка и типа	3		5	6	14
Нули целой функции конечного порядка	2		2	5	9
Раздел 2. Разложение целой функции в бесконечное произведение	8		12	22	42
Бесконечные произведения	2		4	8	14
Построение целой функции с заданными нулями	2		2	5	9
Факторизация целой функции конечного порядка	4		6	9	19
Раздел 3. Целые функции экспоненциального типа	6		8	21	35
Функции, ассоциированные по Борелю	2		2	7	11
Сопряженная диаграмма	2		3	7	12
Индикатриса роста	2		3	7	12
Раздел 4. Применение целых функций к	6		10	21	37

вопросам полноты					
Критерий неполноты	2		2	6	10
Теорема Маркушевича	2		2	6	10
Приложения	2		6	9	17
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР / ПО КОМПОНЕНТУ ОПОП	26	–	39	79	144

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Раздел 1

1. Формула Коши-Адамара.
2. Свойства максимума модуля целой функции на окружности с центром в нуле.
3. Связь между ростом целой функции и скоростью убывания коэффициентов в её разложении в степенной ряд.
4. Формулы для порядка и типа через коэффициенты.
5. Порядок и тип производной.
6. Теорема о нулях аналитической функции в круге.
7. Показатель сходимости последовательности нулей.
8. Теоремы единственности.

Раздел 2

9. Определение сходимости бесконечного произведения.
10. Необходимое условие сходимости.
11. Достаточное условие сходимости.
12. Равномерная сходимость бесконечного произведения.
13. Достаточное условие равномерной сходимости.
14. Построение целой функции с заданными нулями.
15. Теорема Адамара.
16. Теорема Бореля.

Раздел 3

17. Простейшие свойства функции, ассоциированной по Борелю.
18. Опорная функция.
19. Выпуклая оболочка.
20. Интегральное представление целой функции экспоненциального типа.
21. Теорема Поля.
22. Свойства индикатрисы роста.
23. Ряд Ньютона с целыми узлами.

Раздел 4

24. Теорема Гельфонда о полноте $\{f(a_k z)\}$.
25. Теорема Маркушевича о полноте $\{f(a_k z)\}$.
26. Полнота системы степеней.

7.2. Темы докладов (рефератов)

1. Основные интегральные формулы для функций, аналитических в круге: Пуассона, Шварца, Пуассона-Йенсена.
2. Формула Йенсена. Характеристики Неванлинны.
3. Теорема Фрагмена-Линделёфа.

4. Теорема Винера-Пэли.
5. Полнота системы функций Бесселя.
6. Полнота системы функций Лежандра.
7. Полнота системы функций Феррерса.
8. Полнота системы функций Якоби.

7.3. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике:

- порядок и тип целой функции (вычисление порядка и типа);
- бесконечные произведения (исследование на сходимость бесконечного произведения);
- факторизация целой функции (разложение целой функции в бесконечное произведение).

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

7.4. Образец содержания экзаменационного билета:

1. Теорема Адамара.
2. Найдите порядок и тип функции $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{e}{n}\right)^{n/2} z^n$.
3. Разложите функцию в бесконечное произведение $f(z) = e^{2z} - 5e^z + 6$.

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже. Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кого набранные баллы не устраивают, сдают экзамен. Максимальное количество баллов за экзамен – 100. Оценка за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на экзамене и выставляется согласно принятому порядку.

8.1. Семестр 7

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-4	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	5
	Контрольные работы по практике	50
	Контрольная работа по теоретическому материалу	40

ИТОГО	100
Экзамен	100
Общий итог за семестр	100

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

9. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ И ИНВАЛИДОВ

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

- 1) для слепых и слабовидящих:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
 - для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;
 - письменные задания оформляются увеличенным шрифтом.
- 2) для глухих и слабослышащих:
 - лекции оформляются в виде электронного документа;
 - письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;
 - экзамен проводится в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.
- 3) для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;
 - письменные задания выполняются на компьютере;
 - экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

- 1) для слепых и слабовидящих:

- в печатной форме увеличенным шрифтом;
- в форме электронного документа;
- 2) для глухих и слабослышащих:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа.
- 3) для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:
 - в печатной форме;
 - в форме электронного документа.

10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения лабораторных занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины применяются электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

11. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

11.1. Основная литература

1. Леонтьев, А. Ф. Целые функции. Ряды экспонент: учеб. пособие для студентов мат. и физ. спец. вузов / А. Ф. Леонтьев. - М. : Наука, 1983. - 176 с.
2. Евграфов, М. А. Аналитические функции: [учеб. пособие для вузов] / М. А. Евграфов. - 2 изд. - Москва: Наука, 1968. - 471 с.
3. Маркушевич, А. И. Избранные главы теории аналитических функций / А. И. Маркушевич. - Москва: Наука, 1976. - 191 с.

11.2. Дополнительная литература

4. Levin B.Ya., in collaboration with Yu. Lyubarskii, M. Sodin, V. Tkachenko. Lectures on Entire Functions// Transl. Math. Monographs. vol 150, Amer. Math. Soc.,1996.
5. А. А. Гольдберг, Б. Я. Левин, И. В. Островский, “Целые и мероморфные функции”, *Комплексный анализ. Одна переменная – I*, Итоги науки и техн. Сер. Современ. пробл. мат. Фундам. направления, **85**, ВИНТИ, М., 1991, 5–185.
<http://www.mathnet.ru/links/86f4f2fbe4d0780196185693ee86aecc/intf211.pdf>

12. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская

государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.

2. **eLIBRARY.RU**: научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: <https://elibrary.ru/>(дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. –Текст: электронный.

3. Научная электронная библиотека «КиберЛенинка»: сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL:<https://cyberleninka.ru/>. – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

4. Электронно-библиотечная система «Лань»: [сайт]. – URL:<https://e.lanbook.com>(дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

5. **ЭБС Юрайт**: электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: <https://biblio-online.ru>(дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.

6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ**: сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.

8. **Электронный архив** ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный.

13. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. MicrosoftOffice (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. MicrosoftVisualStudio (лицензия программы DreamSpark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, AdobeAcrobatReader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).